〔I〕 以下の問の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{シ}}$ にあてはまる適切な数，または式を解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 整数 $a$，$b$ は等式 $(a + bi)^3 = -16 + 16i$ を満たす。ただし，$i$ は虚数単位とする。

(i) $a = \boxed{\text{ア}}$，$b = \boxed{\text{イ}}$ である。

(ii) $\dfrac{i}{a + bi} - \dfrac{1 + 5i}{4}$ を計算すると，$\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) $a$，$b$ は実数とする。$x$ の3次方程式 $x^3 + (a + 4)x^2 - 3(a + 4)x + b = 0$ の実数解が $x = 3$ のみであるとき，$a$ の値の範囲は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(3) 3つの部屋 A，B，C がある。この3つの部屋に対して，複数の生徒が以下の試行 (＊) をくり返し行うことを考える。

(＊)
- 生徒それぞれが部屋を無作為に1つ選んで入る。
- 生徒全員が部屋に入ったら，各部屋の生徒の人数を確認する。
- 生徒全員が部屋を出る。
- 1人の生徒しかいない部屋があった場合，その部屋に入った生徒は次回以降の試行に参加しない。

(i) 4人の生徒が試行 (＊) を1回行ったとき，2回目の試行に参加する生徒が3人になる確率は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(ii) 5人の生徒が試行 (＊) を続けて2回行ったとき，3回目の試行に参加する生徒が2人になる確率は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(4) $f(x)$ は $x$ の 2 次関数である。$f(x)$ は $x = -2$ で極値をとり，$\int_{-3}^{0} f(x)dx = 0$ を満たす。また，$xy$ 平面上において，$f(x)$ のグラフ $y = f(x)$ は $x$ 軸と異なる 2 点で交わり，$y = f(x)$ と $x$ 軸で囲まれる部分の面積は $\frac{8}{3}$ である。このとき $f(x) = \boxed{\text{キ}}$ である。

ただし，解答欄には，あてはまるすべての $f(x)$ の式を記入しなさい。

(5) $x \neq 2$ である正の実数 $x$ に対して，方程式

$$\log_{10} x + \log_{100} x^2 - \log_{0.1}|x - 2| = \log_{10} a \qquad (a > 0)$$

がある。

(i) $x = 6$ のとき，$a$ の値は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(ii) この方程式が異なる 3 個の実数解を持つとき，$a$ の値の範囲は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

(6) $0 \leqq x \leqq \pi$，$0 \leqq y \leqq \pi$ を満たす $x$，$y$ に対して，等式 $2\sin x + \sin y = 1$ が成り立つとする。

(i) この等式を満たす $x$ の値の範囲は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(ii) $x$，$y$ が $2\cos x + \cos y = 2\sqrt{2}$ を満たすとき，$\sin(x + y)$ の値を求めると $\boxed{\text{サ}}$ である。

(7) 1 辺の長さが $\sqrt{2}$ の正三角形を底面とし，高さが 4 の直三角柱を考える。この直三角柱を以下の条件 ① と条件 ② を共に満たす平面で切断するとき，切断面の面積の最小値は $\boxed{\text{シ}}$ である。ただし，直三角柱は底面と側面が垂直である三角柱のことである。

条件 ①　切断面が直角三角形になる。

条件 ②　切断面の図形のすべての辺が直三角柱の側面上にある。

〔Ⅱ〕 以下の問の $\boxed{ス}$ ～ $\boxed{ナ}$ にあてはまる適切な数または式を，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和 $S_n$，数列 $\{b_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和 $T_n$ はそれぞれ

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} {}_n\mathrm{C}_k\,,$$

$$T_n = \sum_{k=1}^{n} k \cdot {}_n\mathrm{C}_k$$

で表される。

(1) $x > y \geqq 1$ を満たす自然数 $x$，$y$ について，

$${}_x\mathrm{C}_y = {}_{x-1}\mathrm{C}_y + {}_i\mathrm{C}_j\,,$$

$$y \cdot {}_x\mathrm{C}_y = x \cdot {}_p\mathrm{C}_q$$

が成り立つ。$i$，$j$，$p$，$q$ をそれぞれ $x$，$y$ を用いて表すと，$i = \boxed{ス}$，$j = \boxed{セ}$，$p = \boxed{ソ}$，$q = \boxed{タ}$ である。

(2) $a_2$，$b_4$ の値をそれぞれ求めると，$a_2 = \boxed{チ}$，$b_4 = \boxed{ツ}$ である。

(3) $S_n$，$a_n$ をそれぞれ $n$ の式で表すと，$S_n = \boxed{テ}$，$a_n = \boxed{ト}$ である。

(4) $b_n$ を $n$ の式で表すと，$b_n = \boxed{ナ}$ である。

〔Ⅲ〕 以下の問の $\boxed{ニ}$ ～ $\boxed{ネ}$ ， $\boxed{ヒ}$ ， $\boxed{ヘ}$ にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入し， $\boxed{ノ}$ ， $\boxed{ハ}$ ， $\boxed{フ}$ ， $\boxed{ホ}$ にあてはまる適切な文字を解答用紙の所定の欄に記載された選択肢から選んで丸で囲みなさい。

ただし，平均値および標準偏差は小数点以下 2 桁(けた)で記入しなさい。

ある病院の入院患者 10 人に対して，病院内で作っている粉薬の評価を調査した。調査の評価項目は，粉薬の「飲みやすさ」と，「飲みやすさ」の要因と考えられる「匂い」，「舌触り」，「味」の計 4 項目についてである。10 人の患者が，評価項目について最も満足な場合は 10，最も不満な場合は 1 として，1 以上 10 以下の整数で評価した。その結果をまとめたものが以下の表である。なお，表内の平均値，分散，共分散の数値は四捨五入されていない正確な値である。

| 患者番号 | 評価項目 | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 飲みやすさ | 匂い | 舌触り | 味 |
| 1 | 1 | 5 | 1 | 7 |
| 2 | 4 | 8 | 2 | 7 |
| 3 | 8 | 8 | 6 | 7 |
| 4 | 5 | 8 | 4 | 8 |
| 5 | 10 | 8 | $(t)$ | 8 |
| 6 | 2 | 4 | 4 | 6 |
| 7 | 9 | 6 | 9 | 7 |
| 8 | 7 | 7 | 8 | 6 |
| 9 | 4 | 3 | 3 | 7 |
| 10 | 6 | 3 | 5 | 6 |
| 平均値 | 5.60 | 6.00 | 4.80 | 6.90 |
| 分散 | 7.84 | 4.00 | 5.76 | 0.49 |
| 「飲みやすさ」との共分散 | | 2.60 | 5.52 | 0.56 |

「飲みやすさ」との共分散は，「飲みやすさ」に対する評価の偏差と，各評価項目に対する評価の偏差の積の平均値である。

(1) (i) 患者番号 5 の「舌触り」に対する評価 ($t$) の値は $\boxed{\text{ニ}}$ である。

(ii) 「飲みやすさ」に対する評価の標準偏差の値は $\boxed{\text{ヌ}}$ である。

(2) 「飲みやすさ」に対する評価と「舌触り」に対する評価の相関係数の値を分数で表すと $\boxed{\text{ネ}}$ である。

(3) 「飲みやすさ」と「匂い」,「飲みやすさ」と「舌触り」,「飲みやすさ」と「味」の相関係数の値をそれぞれ $r_1$, $r_2$, $r_3$ と表し,「匂い」,「舌触り」,「味」の評価の平均値をそれぞれ $a_1$, $a_2$, $a_3$ と表す。$a_i$, $r_i$ $(1 \leqq i \leqq 3)$ に対し, $\overline{r}$ と $\overline{a}$ は以下の式で定める。

$$\overline{r} = \frac{r_1 + r_2 + r_3}{3}, \qquad \overline{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}$$

「飲みやすさ」との相関係数の値が最も 1 に近い評価項目は $\boxed{\text{ノ}}$ である。また,「$r_i - \overline{r} < 0$ かつ $a_i - \overline{a} > 0$」を満たす評価項目をすべて挙げると $\boxed{\text{ハ}}$ である。

(4) 「匂い」,「舌触り」,「味」のうち, $\boxed{\text{ハ}}$ にあてはまらない評価項目（以降, この評価項目を X と表す）に関して改良を行った。改良後の粉薬に対して, 同じ 10 人の患者が X と「飲みやすさ」について再び評価した。

改良後の調査結果では, X の評価は 10 人全員の評価が改良前に比べてそれぞれ 1 上がっていた。改良後の X の評価の平均値を求めると $\boxed{\text{ヒ}}$ であり, 標準偏差は改良前の調査における値と比べて $\boxed{\text{フ}}$ 。また「飲みやすさ」の評価については, 改良前の調査において評価が 1 以上 4 以下の場合は 2 上がり, 5 以上 9 以下の場合は 1 上がり, 10 の場合は評価が変わらず 10 であった。よって改良後の「飲みやすさ」に対する評価の平均値を求めると $\boxed{\text{ヘ}}$ であり, 標準偏差は改良前の調査における値と比べて $\boxed{\text{ホ}}$ 。